

1143

First Year (T.D.C.) Science Examination, 2018

MATHEMATICS

(Geometry)

Paper-III

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 75

PART - A (खण्ड-अ) [Marks : 20]

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - B (खण्ड-ब) [Marks : 35]

Answer *five* questions (250 words each).Selecting *one* from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - C (खण्ड-स) [Marks : 20]

Answer any *two* questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - A

(खण्ड-अ)

1. (i) Define eccentricity.

उत्केन्द्रता को परिभाषित कीजिये।

(ii) Define latus-rectum of an ellipse and write the coordinates of its ends.

दीर्घवृत्त के नाभिलम्ब को परिभाषित कीजिये एवं उसके सिरों के निर्देशांक लिखिये।

(iii) What do you mean by transverse axis of the hyperbola?

अतिपरवलय के अनुप्रस्थ अक्ष से आप क्या समझते हैं?

(iv) What will be equation of a circle in polar coordinates when pole lies on the circle?

यदि ध्रुव वृत्त पर स्थित हो तो वृत्त का ध्रुवीय निर्देशांकों में समीकरण क्या होगा?

(v) Define plane.

समतल को परिभाषित कीजिये।

(vi) Write equations of a straight line in symmetrical form.

सममित रूप में रेखा के समीकरण को लिखिये।

(vii) Define cone.

शंकु की परिभाषा लिखिये।

(viii) Define tangent plane of a sphere.

गोले के स्पर्श समतल को परिभाषित कीजिये।

(ix) Write general equation of second degree in three dimensions.

त्रिविम निर्देशांकों में द्विघात के व्यापक समीकरण को लिखिये।

(x) Define diametral plane.

व्यासीय समतल को परिभाषित कीजिये।

PART - B

(खण्ड-ब)

UNIT - I

(इकाई-1)

2. Find the equation of the following conic referred to the centre as origin :

केन्द्र को मूल बिन्दु लेकर निम्नलिखित शंकु का समीकरण ज्ञात करो :

$$x^2 + y^2 + xy + x + y - 1 = 0$$

3. Find the equation of the tangent of the ellipse in terms of its slope.

दीर्घवृत्त की स्पर्श रेखा का समीकरण उसके ढाल के रूप में ज्ञात करो।

UNIT - II

(इकाई-II)

4. Find the locus of the poles of chords of the hyperbola

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ which subtend a right angle at the centre.}$$

अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ की उन जीवाओं के ध्रुवों का बिन्दुपथ ज्ञात

करो जो केन्द्र पर समकोण अन्तरित करते हैं।

5. Prove that the line $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ will touch the conic

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta \text{ if } (A - e)^2 + B^2 = 1.$$

सिद्ध कीजिये कि रेखा $\frac{l}{r} = A \cos \theta + B \sin \theta$ शंकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$

को स्पर्श करेगी, यदि $(A - e)^2 + B^2 = 1$.

UNIT - III

(इकाई-III)

6. A plane meets the coordinate axes in A, B, C such that the centroid of the triangle ABC in the point (a, b, c); show that the equation of the plane is :

एक समतल निर्देशांक अक्षों को A, B, C में इस प्रकार काटता है कि त्रिभुज ABC का केन्द्रक बिन्दु (a, b, c) है। सिद्ध कीजिये कि समतल का समीकरण होगा :

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 3$$

7. Find the shortest distance between the z-axis and the line :

$$ax + by + cz + d = 0 = a'x + b'y + c'z + d'$$

z-अक्ष तथा निम्न रेखा के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिये :

$$ax + by + cz + d = 0 = a'x + b'y + c'z + d'$$

UNIT - IV

(इकाई-IV)

8. A sphere of constant radius k passes through the origin and meets the axes in A, B, C. Prove that the locus of the centroid of the triangle ABC is $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$.

अचर त्रिज्या k का एक गोला मूल बिन्दु से गुजरता है एवं निर्देशांशों को A, B, C पर काटता है। सिद्ध कीजिये कि त्रिभुज ABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ

$$9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2 \text{ है।}$$

9. Obtain the equation of the right circular cylinder describe on the circle through the three points $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ and $(0,0,1)$ as guiding circle.

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका निर्देशांक वक्र $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ एवं $(0,0,1)$ से होकर जाने वाला वृत्त है।

UNIT - V

(इकाई-V)

10. Find the condition that the plane $lx + my + nz + p = 0$ is a tangent plane to the conicoid $F(x, y, z) = 0$.

समतल $lx + my + nz + p = 0$ को शांकवज $F(x, y, z) = 0$ का स्पर्श तल होने के लिये प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिये।

11. Find the equation of the diametral plane of the conicoid $F(x,y,z)$

$= 0$ which bisects chords parallel to the line $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$.

शांकवज $F(x,y,z) = 0$ के उस व्यासीय समतल का समीकरण ज्ञात करो

जो सरल रेखा $\frac{x}{l} = \frac{y}{m} = \frac{z}{n}$ के समान्तर जीवा निकाय को समद्विभाजित

करता है।

PART - C

(खण्ड-स)

12. Show that the locus of the poles of normal chords of the

ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ is the curve $\frac{a^6}{x^2} + \frac{b^6}{y^2} = (a^2 - b^2)^2$.

सिद्ध कीजिये कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के अभिलम्ब जीवाओं के ध्रुवों

का बिन्दुपथ वक्र $\frac{a^6}{x^2} + \frac{b^6}{y^2} = (a^2 - b^2)^2$ होगा।

13. Find the equation of conjugate hyperbola to the hyperbola

$$2x^2 + 3xy - 2y^2 - 5x + 5y + 2 = 0.$$

अतिपरवलय $2x^2 + 3xy - 2y^2 - 5x + 5y + 2 = 0$ के संयुग्मी

अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिये।

14. A variable plane is at a constant distance p from the origin O and meets the axes in A, B, C ; show that the locus of the centroid of the tetrahedron $OABC$ is :

एक चर समतल मूल बिन्दु O से p दूरी पर है तथा अक्षों को A, B, C बिन्दुओं पर काटता है। सिद्ध कीजिये कि चतुष्फलक OABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ होगा :

$$\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{16}{p^2}$$

15. Find the enveloping cone of the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2 \text{ with the vertex at } (1, 1, 1).$$

गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ के उस अन्वालोपी शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका शीर्ष बिन्दु $(1, 1, 1)$ है।

16. Find the principal planes and principal directions of the following conicoid :

निम्न शांकवज की मुख्य दिशाएँ एवं मुख्य समतल ज्ञात कीजिये :

$$8x^2 + 7y^2 + 3z^2 - 8yz + 4zx - 12xy + 2x - 8y + 1 = 0$$