

Total Pages : 12

**2143/Sc.**

**Second Year (T.D.C.) Science Examination, 2018**

**MATHEMATICS**

**Paper-III**

**(Mechanics)**

**Time Allowed : Three Hours**

**Maximum Marks : 75**

**PART - A ( खण्ड-अ ) [Marks : 20**

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**PART - B ( खण्ड-ब ) [Marks : 35**

Answer *five* questions (250 words each).

Selecting *one* from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**PART - C ( खण्ड-स ) [Marks : 20**

Answer any *two* questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

**2143/Sc./3870**

**P.T.O.**



**PART - A**

( खण्ड-अ )

1. Answer the following questions :

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

( i ) If three forces acting in one plane upon a rigid body, keep it in equilibrium, they must.

यदि किसी दृढ़ पिण्ड पर लगे तीन समतलीय बल उसे साम्यवावस्था में रखते हो, तो वे।

( ii ) Write the relation between angle of friction and coefficient of friction.

घर्षण कोण और घर्षण गुणांक के बीच सम्बन्ध लिखिए।

( iii ) The path of the projectile in vaccum is a parabola then write the latum rectum and equation of directrix.

प्रक्षेप्य पथ परवलय होता है तो इसके नाभिलम्ब तथा नियता की समीकरण लिखिये।

( iv ) Write the principle of conservation of momentum.

संवेग संरक्षण का सिद्धान्त लिखिये।



( v ) Write the relation between angular velocity and linear velocity.

कोणीय वेग एवं रैखिक वेग में सम्बन्ध लिखिये।

( vi ) Define amplitude of SHM and write the period of SHM.

सरल आवर्त गति का आयाम परिभाषित कीजिए तथा सरल आवर्त गति का आवर्त काल लिखिये।

( vii ) What do you mean by resisting medium ?

प्रतिरोधी माध्यम से आप क्या समझते हैं?

( viii ) Motion of a particle projected from the lowest point of a smooth vertical circle of radius  $a$  with velocity  $u$ , where  $2ag < u^2 < 5ag$ , write the equation of parabolic path.

एक कण की गति जो  $a$  त्रिज्या वाले किसी चिकने उर्ध्वाधर वृत्त के सबसे नीचे के बिन्दु से  $u$  वेग से फेंका जाता है जहाँ  $2ag < u^2 < 5ag$  तो परवलीय पथ का समीकरण लिखिये।



(ix) What do you mean by whole pressure on a plane surface ?

समतलीय पृष्ठ पर सम्पूर्ण दाब से आप क्या समझते हैं?

(x) Define centre of pressure.

दाब केन्द्र को परिभाषित कीजिए।

### PART - B

(खण्ड-ब)

### UNIT - I

(इकाई-I)

2. How high can a particle rest inside a hollow sphere of radius

a, if the coefficient of friction be  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  ?

a त्रिज्या के एक खोखले गोले के भीतरी पृष्ठ पर अधिक से अधिक कितनी

ऊँचाई पर एक कण विरामावस्था में रह सकता है, यदि घर्षण गुणांक  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

हो?



3. Show that the length of an endless chain which will hang over a circular pulley of radius  $a$  so as to be in contact with two thirds of the circumference of the pulley is

$$a \left[ \frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2 + \sqrt{3})} \right]$$

प्रदर्शित कीजिए कि एक अन्तहीन जंजीर जो त्रिज्या  $a$  की एक वृत्ताकार धरनी के  $\frac{2}{3}$  परिधि से सम्पर्क में है, तो उसकी लम्बाई होगी

$$a \left[ \frac{4\pi}{3} + \frac{3}{\log(2 + \sqrt{3})} \right]$$

## UNIT - II

### ( इकाई-II )

4. Four equal jointed rods, each of length  $a$ , are hung from an angular point, which is connected by an elastic string with the opposite point. If the rods hung in the form of a square and if the modulus of elasticity of the string be equal to the weight of a rod, show that the unstretched length of the string is

$$a\sqrt{2}/3.$$



प्रत्येक लम्बाई  $a$  की चार समान जुड़ी हुई छड़ें उस कोणिय बिन्दु से लटकाई जाती हैं जो विपरीत बिन्दु से एक प्रत्यास्थ डोरी द्वारा जुड़ा हुआ है। यदि छड़ें वर्ग के रूप में लटकें और यदि डोरी का प्रत्यास्थता गुणांक एक छड़ के भार के तुल्य हो, तो सिद्ध कीजिए कि डोरी की बिना तनी हुई लम्बाई  $a\sqrt{2}/3$  है।

5. Find the loss of kinetic energy (KE) by direct impact of two smooth and elastic spheres.

दो चिकने तथा प्रत्यास्थ गोलों के सीधे संघट्ट से गतिज ऊर्जा का ह्रास ज्ञात कीजिए।

### UNIT - III

#### ( इकाई-III )

6. Show that the time of descent to the centre of force, the force varying inversely as the square of the distance from the centre through the first half of it's initial distance is to that through the last half as  $\pi + 2 : \pi - 2$ .



यदि किसी कण पर क्रियाशील बल दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती हो तो सिद्ध कीजिए कि बल केन्द्र की ओर चलने वाले पिण्ड द्वारा प्रथम आधी दूरी तथा द्वितीय आधी दूरी चलने में लगने वाले समय का अनुपात  $\pi + 2 : \pi - 2$  होगा।

7. A particle of mass  $m$  is attached to a light wire which is stretched tightly between two fixed points with tension  $T$ . If  $a$  and  $b$  are the distances of the particle from the two ends, prove that the period of a small transverse oscillation is :

$$2\pi\sqrt{\left(\frac{mab}{T(a+b)}\right)}$$

$m$  संहति का एक कण किसी भारहीन तार के लगा हुआ है जो दो स्थिर बिन्दुओं के बीच  $T$  तनाव द्वारा सीधा खींचा हुआ है। यदि तार के सिरों के कण की दूरियाँ  $a$  और  $b$  हों तो सिद्ध कीजिए कि एक छोटे अनुप्रस्थ दोलन का काल है

$$2\pi\sqrt{\left(\frac{mab}{T(a+b)}\right)}$$



## UNIT - IV

### ( इकाई-IV )

8. A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius  $a$ , from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order that after leaving the circle the particle may pass through the centre is  $\sqrt{\frac{ag}{2}}(\sqrt{3} + 1)$ .

एक कण  $a$  त्रिज्या वाले उर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से वृत्त के अन्दर की ओर फेंका जाता है। यदि कण वृत्त को छोड़ने के पश्चात् इसके केन्द्र से गुजरता हो तो प्रक्षेप वेग निम्न होना चाहिये  $\sqrt{\frac{ag}{2}}(\sqrt{3} + 1)$ .

9. A particle slides down a smooth cycloid starting from rest at the cusp, the axis being vertical and vertex downwards. prove that it describes half of the path to the lowest point in two third time to the lowest point.



एक कण एक ऐसे चिकने चक्रज के चाप पर नीचे की ओर फिसलता है जिसकी अक्ष उर्ध्वाधर तथा शीर्ष निम्नतम है। यदि कण उभयाग्र से विरामावस्था से चलता हो तो सिद्ध कीजिए कि उसके शीर्ष तक के प्रथम आधे पथ के चलने का समय उसके शीर्ष तक पहुँचने के समय का दो तिहाई होगा।

## UNIT - V

### ( इकाई-V )

10. A tube in the form of a parabola, held with its vertex downwards and axis vertical is filled with two different liquids of densities  $\delta$  and  $\delta'$ , If the distances of the free surfaces of the liquids from the focus be  $r$  and  $r'$  respectively, show that the distance of their common surface from the focus is :

$$\frac{r\delta - r'\delta'}{\delta - \delta'}$$

एक परवलयीय आकृति की नली, जिसका शीर्ष नीचे तथा अक्ष उर्ध्वाधर है, दो भिन्न द्रवों से भरी गई है जिनके घनत्व क्रमशः  $\delta$  तथा  $\delta'$  हैं। यदि द्रवों के मुक्त पृष्ठों की नाभि से दूरी क्रमशः  $r$  तथा  $r'$  हो तो सिद्ध कीजिए कि उनके उभयनिष्ठ तल की नाभि से दूरी है :

$$\frac{r\delta - r'\delta'}{\delta - \delta'}$$



11. An ellipse is completely immersed, with its minor axis horizontally and at a depth  $h$ , find the position of its CP.

एक दीर्घवृत्त किसी द्रव में पूर्णतः इस प्रकार निमज्जित है कि इसका लघु अक्ष क्षैतिज और  $h$  गहराई पर है। दाब केन्द्र की स्थिति ज्ञात करो।

### PART - C

(खण्ड-स)

12. A heavy uniform rod, 30 cms long is suspended from a fixed point by strings fastened to its ends, their lengths being 18 cms and 24 cms. If the rod is inclined to the vertical at an angle  $\theta$ , prove that

$$25 \sin \theta = 24$$

एक समान 30 सेमी. लम्बी छड़ एक नियत बिन्दु से दो रस्सियों द्वारा लटकाई गई है, जो छड़ के सिरो पर बँधी हुई है तथा रस्सियों की लम्बाई 18 सेमी. तथा 24 सेमी. है। यदि साम्यवावस्था में छड़ उर्ध्वाधर से  $\theta$  कोण बनाती हो तो सिद्ध करो कि

$$25 \sin \theta = 24$$



13. A particle is thrown over a triangle from one end of a horizontal base and grazing the vertex falls on the other end of the base. If  $A$  and  $B$  be the base angles and  $\alpha$  the angle of projection, prove that

$$\tan \alpha = \tan A + \tan B$$

एक कण, किसी त्रिभुज के क्षैतिज आधार के एक सिरे से फेंका जाता है जो त्रिभुज के शीर्ष से होकर आधार के दूसरे सिरे पर गिरता है। यदि त्रिभुज के आधार कोण  $A$  तथा  $B$  और प्रक्षेप कोण  $\alpha$  है तो सिद्ध कीजिए कि

$$\tan \alpha = \tan A + \tan B$$

14. Find the Radial and Transverse velocities and Accelerations.

अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग व त्वरण ज्ञात कीजिए।

15. Discuss the motion of a particle of mass  $m$  is falls vertically downwards from rest through a medium whose resistance varying as velocity.

$m$  द्रव्यमान के कण की गति जो गुरुत्वाकर्षण के अधीन विरामावस्था से ऐसे माध्यम से होकर गिरता है जिसका प्रतिरोध वेग के समानुपाती है। कण के गति की विवेचना कीजिए।



16. A hollow weightless hemisphere with a plane base is filled with water and hung up by means of a string one end of which is attached to a point of the rim of its base. Prove that the whole pressure on the curved surface and on the base are in the ratio 19 : 8.

एक समतलीय आधार के खोखले भारहीन गोलाद्ध को जल से भरकर एक डोरी द्वारा, जिसका एक सिरा उसके आधार की नेमि के एक बिन्दु से जुड़ा है, लटकाया गया है। सिद्ध कीजिए कि वक्र पृष्ठ और समतलीय आधार पर सम्पूर्ण दाब 19 : 8 के अनुपात में हैं।