

2142/Sc.

Second Year (T.D.C.) Science Examination, 2018

MATHEMATICS

Paper-II

(Differential Equations)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 75

PART - A (खण्ड-अ) [Marks : 20

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - B (खण्ड-ब) [Marks : 35

Answer *five* questions (250 words each).

Selecting *one* from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - C (खण्ड-स) [Marks : 20

Answer any *two* questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - A

(खण्ड-अ)

1. (i) Write the standard form of total differential equation. Also write necessary and sufficient condition integrability of it.

सम्पूर्ण अवकल समीकरण का मानक रूप लिखिये तथा इसके समाकलनीयता के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध भी लिखिये।

- (ii) Solve (हल कीजिए) :

$$x \frac{dx}{y^2 z} = \frac{dy}{xz} = \frac{dz}{y^2}$$

- (iii) Write the standard form of linear differential equation of second order. Also write the condition for finding complimentary function when $y = x$ is a part of C.F.

द्वितीय कोटि की रैखिक अवकल समीकरण का मानक रूप लिखिये तथा पूरक फलन ज्ञात करने हेतु वह प्रतिबन्ध भी लिखिये जब $y = x$ पूरक फलन का एक भाग है।

- (iv) In the normal form of second order differential equation

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + IV = S.$$

Write the formula of I and S.

द्वितीय कोटि की रैखिक अवकल समीकरण के प्रसामान्य रूप

$$\frac{d^2v}{dx^2} + IV = S \text{ में I व S के सूत्र लिखिये।}$$

(v) Solve (हल कीजिए) :

$$yzp + zxq = xy$$

(vi) Solve (हल कीजिए) :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

(vii) Write the characteristic equations for the partial differential equation of first order $f(x, y, z, p, q) = 0$.

प्रथम कोटि की आंशिक अवकल समीकरण $f(x, y, z, p, q) = 0$

की अभिलाक्षणिक समीकरण लिखिये।

(viii) Solve (हल कीजिए) :

$$\log s = x + y$$

(ix) Define initial value problem.

प्रारम्भिक मान समस्या को परिभाषित कीजिए।

(x) Write the short commings of Euler's method.

आयलर विधि कमियाँ लिखिये।

PART - B

(खण्ड-ब)

UNIT - I

(इकाई-I)

2. Solve (हल कीजिए) :

$$Dx + 2x - 3y = t$$

$$Dy - 3x + 2y = e^{2t}$$

3. Solve (हल कीजिए) :

$$(2x^2 + 2xy + 2z^2 + 1)dx + dy + 2zdz = 0$$

UNIT - II

(इकाई-II)

4. Solve (हल कीजिए) :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2)y = 0$$

5. Solve (हल कीजिए) :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} - (1 - \cot x)y = e^x \sin x$$

UNIT - III

(इकाई-III)

6. Find the singular solution of partial differential equation

$$Z = px + qy + c\sqrt{1 + p^2 + q^2}$$

आंशिक अवकल समीकरण का विचित्र हल ज्ञात कीजिए :

$$Z = px + qy + c\sqrt{1 + p^2 + q^2}$$

7. Solve (हल कीजिए) :

$$p + 3q = 5z + \tan(y - 3x)$$

UNIT - IV

(इकाई-IV)

8. Solve (हल कीजिए) :

$$(D^2 + 3DD' + 2D'^2)z = x + y$$

9. Find the complete integral of $px + qy = pq$ using charpit's method.

चारपिट विधि का प्रयोग कर पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए :

$$px + qy = pq$$

UNIT - V

(इकाई-V)

10. Use Picard's method to solve

$$\frac{dy}{dx} = 1 + xy, \text{ with } x_0 = 2, y_0 = 0.$$

पिकार्ड विधि से हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = 1 + xy, \text{ जब } x_0 = 2, y_0 = 0.$$

11. Use Euler's method to solve :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x}{y^2 + x} \text{ when } x = 0, y = 1$$

and compute $y(0.1)$ and $y(0.2)$.

आयलर विधि से हल कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x}{y^2 + x} \text{ जब } x = 0, y = 1$$

तथा $y(0.1)$ एवं $y(0.2)$ की गणना कीजिए।

PART - C

(खण्ड-स)

12. Write the condition of Exactness for a linear differential equation of order n and solve

$$\sin x \frac{d^2 y}{dx^2} - \cos x \frac{dy}{dx} + 2y \sin x = 0$$

nवीं कोटि के रैखिक अवकल समीकरण की यथार्थता का प्रतिबन्ध लिखिए और निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\sin x \frac{d^2 y}{dx^2} - \cos x \frac{dy}{dx} + 2y \sin x = 0$$

13. Solve by the method of variation of parameters :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिए :

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x(1+x) \frac{dy}{dx} + 2(1+x)y = x^3$$

14. Find the integral surface of the partial differential equation

$$(x-y)p + (y-x-z)q = z \quad \text{through the circle}$$

$$x^2 + y^2 = 1, z = 1.$$

आंशिक अवकल समीकरण $(x-y)p + (y-x-z)q = z$ की वृत्त

$x^2 + y^2 = 1, z = 1$ से पृष्ठीय समाकल ज्ञात कीजिए।

15. Solve the equation by Monge's method

$$pt - qs = q^3$$

मोंगे विधि द्वारा निम्न समीकरण को हल कीजिए :

$$pt - qs = q^3$$

16. Find $y(4.2)$ by using Euler's modified method taking $h = 0.1$
from

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2-y^2}{4x} \quad \text{taking } y = 1, \text{ when } x = 4.$$

आपरिवर्तित आयलर विधि से $h = 0.1$ लेकर निम्न समीकरण को हल कर

$y(4.2)$ ज्ञात कीजिए

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2-y^2}{4x}, \quad \text{जब } x = 4 \text{ तो } y = 1.$$