

3143-A

III Year (T.D.C.) Science Examination, 2018

MATHEMATICS

Paper-III A

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

PART - A (खण्ड-अ) [Marks : 10

Answer all questions (50 words each).

All questions carry equal marks.

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर पचास शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - B (खण्ड-ब) [Marks : 25

Answer *five* questions (250 words each).

Selecting *one* from each unit. All questions carry equal marks.

प्रत्येक इकाई से एक-एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए।

प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 250 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - C (खण्ड-स) [Marks : 15

Answer any *two* questions (300 words each).

All questions carry equal marks.

कोई दो प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 300 शब्दों से अधिक न हो।

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

PART - A

(खण्ड-अ)

1. Answer all questions :

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये :

UNIT - I

(इकाई-I)

- (i) Define proposition write example.
साध्य की उदाहरण सहित परिभाषा दें।
- (ii) Define power set with example.
घात समुच्चय की उदाहरण सहित व्याख्या करें।

UNIT - II

(इकाई-II)

- (iii) Compare relation with function with example.
संबंध एवं फलन की उदाहरण सहित तुलना करें।
- (iv) Define degree of a vertex with example.
ग्राफ की कोटि की परिभाषा दें उदाहरण सहित।

UNIT - III

(इकाई-III)

- (v) Define tree with example.
वृक्ष की परिभाषा दें उदाहरण सहित।
- (vi) State pumping lemma.
पंपिंग लेमा का कथन दीजिए।

UNIT - IV

(इकाई-IV)

(vii) Define recurrence relation with example.

पुनरावृत्ति सम्बन्ध की परिभाषा दें उदाहरण सहित।

(viii) Define generating function with example.

जनक फलन की परिभाषा दें उदाहरण सहित।

UNIT - V

(इकाई-V)

(ix) Define Boolean lattice.

बूलीय जालक की परिभाषा दें।

(x) Define principle of duality.

द्वैत सिद्धान्त की परिभाषा दें।

PART - B

(खण्ड-ब)

UNIT - I

(इकाई-I)

2. Prove that for every positive integern, the expression $2^{2n} - 1$ is divisible by 3 by mathematical induction.

गणितीय आगमन से सिद्ध करें कि हर धनात्मक पूर्णांक संख्या n के लिए $2^{2n} - 1$, 3 से विभाजित होता है।

3. In how many ways can 3 or more mobile sets can be selected out of 15 sets ?

15 मोबाइल में से कितने तरीकों से 3 या अधिक मोबाइल चुने जा सकते हैं?

UNIT - II

(इकाई-II)

4. Given sets $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d\}$ function $f = \{(1, a), (2, a), (3, d), (4, c)\}$ check it f is onto and one-one Define onto, one-one function.

दिए हुए समुच्चयों एवं फलन f के लिए ज्ञात करें कि f आच्छादक, एकैकी है या नहीं। आच्छादक एवं एकैकी फलन की परिभाषा दें।

5. Define equivalence relation. Given set A relation R , test whether R is equivalence relation.

तुल्यता संबंध परिभाषित करें, दिए समुच्चय A , संबंध R में से परीक्षा करें कि R तुल्यता संबंध है कि नहीं :

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, R = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 4), (4, 3), (3, 3), (4, 4)\}$$

UNIT - III

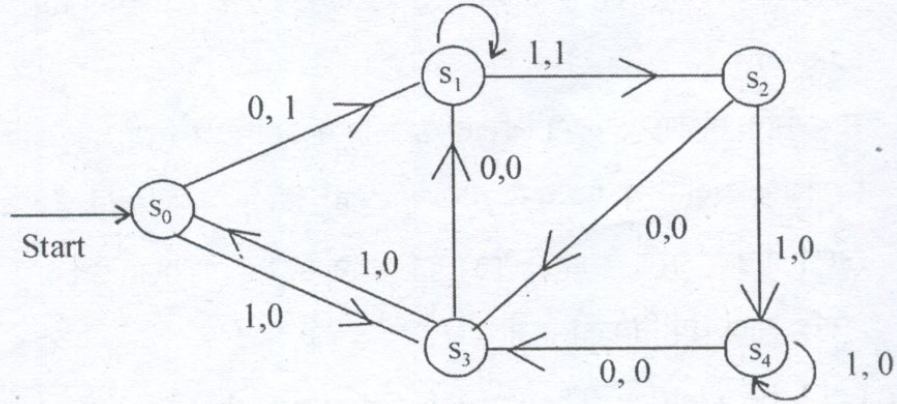
(इकाई-III)

6. Prove graph G is a tree \Leftrightarrow every two distinct vertices of G are connected by a unique path & G .

ग्राफ G एक वृक्ष है \Leftrightarrow प्रत्येक युग्म के मध्य एक और केवल एक ही पथ है।

7. Define finite state machine. For the given state table, draw the transition diagram of the machine.

निम्न संक्रमण आरेख द्वारा निरूपित परिमित अवस्था मशीन के लिए अवस्था सारणी तैयार कीजिए।



UNIT - IV

(इकाई-IV)

8. Write a note on particular solution of a recurrence relation.

नोट लिखें : रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध का विशेष हल ज्ञात करना।

9. Solve the following recurrence relation :

निम्न पुनरावृत्ति सम्बन्ध को हल कीजिए।

$$a_r = a_{r-1} + a_{r-2}; r \geq 2, a_0 = 0, a_1 = 1$$

UNIT - V

(इकाई-V)

10. Give the truth table for the implication $p \rightarrow q$ where p & q are propositions. Exclusive OR & inclusive OR state whether the given argument is true or false :

"If it is sunny today then $2 + 3 = 5$ ". Give reasons for your answer.

सत्य मान सारणी दें निम्नलिखित के लिए : अन्तर्वेशी वियोजन, अपवर्जी वियोजन, सप्रतिबंध प्रकथन $p \rightarrow q$ जहाँ कि p, q प्रकथन हैं। बताएँ निम्नलिखित कारण दें अपने उत्तर का कथन सही है या गलत है।

"यदि आज धूप निकली है तो $2 + 3 = 5$ "।

11. Let L be a lattice. Then $\forall a, b \in L$, prove that :

L एक जालक है तो $\forall a, b \in L$ सिद्ध करें :

(1) $a \vee b = b \Leftrightarrow a \leq b$

(2) $a \wedge b = a \Leftrightarrow a \leq b$

PART - C

(खण्ड-स)

12. (a) Give a grammar that generates the set $\{0^n 1^n \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$. Explain your answer.

एक व्याकरण दें जो कि दिए हुए समुच्चय को बनाता हो। अपने उत्तर को समझाइये। $\{0^n 1^n \mid n = 0, 1, 2, \dots\}$

(b) Let $G = \{V, T, S, P\}$ be a grammar where $V = \{S, 0, 1\}$,
 $T = \{0, 1\}$; S is start symbol and $P = \{S \rightarrow 115, S \rightarrow 0\}$
then find the language $L(G)$ of G . Explain your answer.

माना $G = \{V, T, S, P\}$ एक व्याकरण है जहाँ $V = \{S, 0, 1\}$,
 $T = \{0, 1\}$; S प्रारम्भिक प्रतीक है एवं $P = \{S \rightarrow 115, S \rightarrow 0\}$
तब G को भाषा $L(G)$ ज्ञात करें। अपने उत्तर को समझाइये।

13. (a) Define antisymmetry reflexive, transitive partial order relations with examples.

व्याख्या करें उदाहरण सहित : स्वतुल्य संबंध, सममित संबंध, संक्रामक संबंध, प्रतिसममित एवं आंशिक क्रम संबंध।

(b) Write a note on planar and weighted graphs.

नोट लिखें : समतलीय एवं भारित ग्राफ।

14. Minimize and give the equivalent machine of the finite state machine M given in the following state table :

दिए हुए परिमित अवस्था मशीन (अवस्यक सारणी में दी हुई) को छोटा कर के इसका तुल्य मशीन दें :

State	Input		Output
	0	1	
S_0	S_3	S_1	1
S_1	S_4	S_1	0
S_2	S_3	S_0	1
S_3	S_2	S_3	0
S_4	S_1	S_0	1

15. Solve the following recurrence relation by the method of generating function.

निम्नलिखित पुनरावृत्ति संबंध को जनक फलन की विधि से ज्ञात करें :

$$a_r - 2a_{r-1} = 5; r \geq 1, a_0 = 1$$

16. Find a simpler form of the following circuit :

निम्न स्वियन परिपथ का सरल रूप ज्ञात करें :

